

Bir Dil Olarak Matematik

Matematiksel Düşüncenin
Evrimi

Beno Kuryel / 2021

Bu sohbetlerde,

- Matematiksel düşüncenin evrimi belirli bir sistem içinde inceleyeceğiz...
- Matematikle ilgili çok yaygın yanılsamalar vardır...
- Matematiğin etkin bir araç olarak kullanılması işe yarasa da, öğretim süreçlerindeki karmaşık sorunlar sürekli büyümektedir... *Bir de ideolojisi var ki.....*
- Bu araştırmanın ilk adımlarında, «bir dil olarak» *matematik dilinin* evrimsel tarihi tartışacağız...

- Matematiksel düşüncenin evrimi, matematik tarihiyle özdeştir...
- Farklı kültürlerde yerel matematiksel üretimler olmuştur...
- Ancak, birbirinden habersiz çok benzer oluşumlara da tanık olabilmekteyiz... ***Calculus...***

*«Bir matematiksel kavramın,
bağımsız olarak birden fazla keşfi
bir kuraldır, istina değil...»*

Michael Crowe

Elemanter cebirin dilsel çerçevesi, çeşitli matematikçilerin yaptığı dilsel yeniliklerin birleşimi ile ortaya çıkmıştır:

(Regiomontanus, 1436): Kökler için **R** simgesini öne sürerek, kök bulma sürecini bir nesneye dönüştürmüştür...

(Nicolas Chuquet, 1445): Üsler için aritmetiksel simgeleştirmeyi ve ilk parantez düşüncesini ileri sürmüştür...

(Johannes Widmann, 1462): Toplama ve çıkarma işlemleri için + ve – simgelerini önermiştir...

(Michael Stifel, 1487): **R** yerine $\sqrt{\quad}$ simgesiyle katkıda bulunmuştur...

(François Viète, 1540): denklem katsayıları için harfler önermiştir...

(Descartes, 1594): Tüm bu yenilikleri, bütünsel bir cebir simgeselliğinde birleştirmiştir. Bugün kullandığımız «sembolizm» budur.

Burada, 150 yıldan fazla süren dilsel bir çerçevenin yaratılma sürecini görüyoruz...

Ciddi bir ENGEL...

Günümüze egemen olan
çizgisel bir saplantı...

Matematiğin *Platonik* Romansı

Bir ideoloji «*olarak da*» matematiğin
Platonik incilerinden bazı örneklemeler...

**Matematik soyuttur
ve insanın dışındadır...
Dolayısıyla gerçektir...**

Matematiğin
nesnel bir varlığı vardır...
İnsan varlığını aşkındır...

**İnsana ait matematik,
soyut ve aşkın matematiğin
yalnızca bir bölümüdür...**

Matematik, fiziksel evrenin bir parçasıdır...

Çiçeklerde *Fibonacci serileri*, yılanlarda
logaritmik sarmallar, topa vuruşlarda
paraboller, yıldızlarda, gezegenlerde ve
kabarcıklarda π vardır...

Matematik,
mantığı bile nitelendirir
ve böylece *aklın* kendisini yapılandırır...

Platonik İnciler...

O halde, matematiđi öğrenmek,
doğanın dilini öğrenmektir...

Bu öyle bir düşüncedir ki, evrenin herhangi bir köşesinden üstün zekalı varlıklarca paylaşılabilir...

Doğanın kitabı, matematik dilinde yazılmıştır... *Galileo Galilei*
???!!!

Buna göre,

Eğer matematik «doğanın diliyse»,
sonsuz küçükler bir şekilde gerçeklikteki varlıklarla
ilgili olmalıdır.

Acaba, bunlardan kaç tanesi bir araya gelirse
doğal bir nesne oluşturabilirler?

Oysa;

Matematiksel düşünce,
bilginin evrimine denk gelir...

Düşünce ve bilginin evrilerek ortaya çıkışı
karmaşık bir süreçtir...

Neden bir dil çözümlemesi?

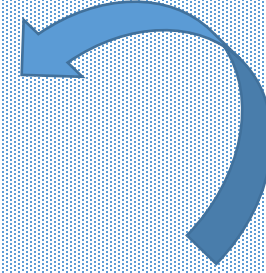
Thomas Kuhn'u dinleyelim öncelikle
(*Structure*'ın yayımlanmasından 20 yıl sonra)

“ Eğer şimdi, *Bilimsel Devrimlerin Yapısı*'ni yeniden yazıyor olsaydım, dil değişimini daha çok, normal/devrimci ayırımını da az vurgulardım. ”

“If I were now rewriting *The Structure of Scientific Revolutions*, I would emphasize language change more and the normal/revolutionary distinction less.”

Tales: "*Birincil soru, ne bildiğimiz değil, onu nasıl bildiğimizdir...*"

Bilgikuramı (epistemoloji)
için ilk söz:
"**Bilgi nasıl bilinir?**"



Dil olarak
Matematik

Matematğin *ontolojik temelleri* çok tartışılmış bir konudur. Kesinliği ve yanılmazlığı gösterecek bu temel arayışında, *doğa-matematik birliği* hedeflenmiş, ancak özellikle «*non-Euclidean*» geometri(*LERİN*) ortaya çıkışıyla matematiksel düşüncenin ve matematik felsefesinin farklı boyutlarla ele alınması gündeme gelmiş ve zihinsel üretime zenginlik kazandırmıştır.

Bugün gelinen kültürel süreçte
matematik
güçlü bir araç
olarak görülür.

Pozitivist paradigmanın
temel yaklaşımlarından birisi,
bilgikuramını (epistemolojiyi)
araç amaç dikotomisine
indirgemiş olmasıdır.

Matematik kültürel bir süreçtir...

Yaşamın karmaşık ilişkileriyle çizgisel
olmayan bir şekilde bağlantılıdır...

ya da

Toplumsal dinamikler içinde evrilen
bir dildir...

Kavram, bilginin tutunduđu daldır...

Anlam, kavramın ürünüdür...

Ürünler(anlamlar), bilgiler arasındaki etkileşimdir...

Etkileşimlerin tarihi ***dilin evrimidir...***

- Soyutlama: $x + y = 50...$

eğretileme...

- Soyutlama: $a + b = 50...$

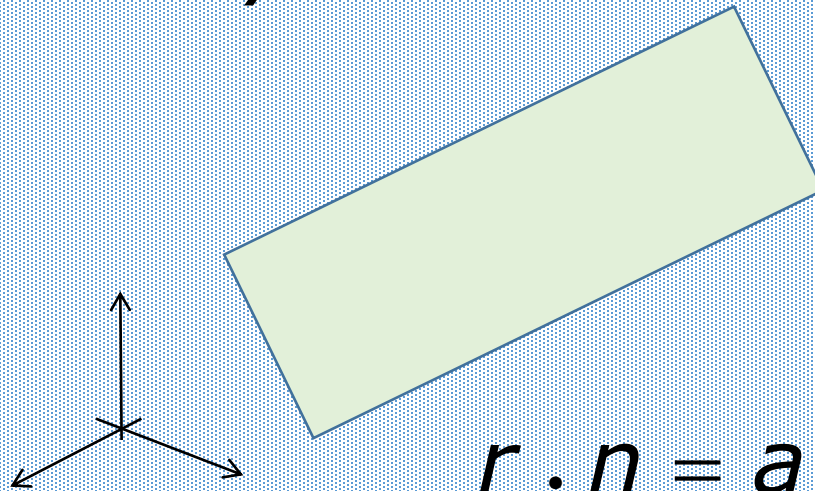
düz değişmece...

Matematikçe düşünmek...

Matematik Dili... Modellemenin Dili...

Düzdeğişmece ilginçtir...

$$2x - 3y + z = 25$$



$$r \cdot n = a \cdot n = \phi$$

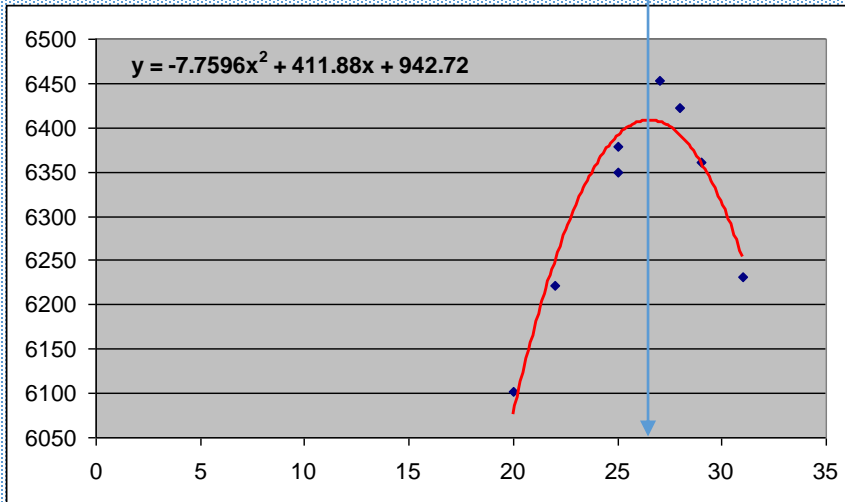
Bir işletmenin, “reklam-toplam gelir” verileri şöyledir:

Reklam	Toplam Gelir
20	6101
22	6222
25	6350
25	6378
27	6453
28	6423
29	6360
31	6231

Bu davranışı, 2. dereceden bir polinomla
MODELLEYELİM...

$$y' = 2(-7.7596)x + 411.88 = 0$$

$$x^* = 26.54 = -\frac{b}{2a}$$



En yüksek
gelire denk
gelen reklam
harcaması
nedir?

Ayrık Model

$$X_{n+1} = 4X_n(1 - X_n)$$

x0=0.498; %başlangıç koşulu

```
for i=1:50
```

```
    x0=4*x0*(1-x0);
```

```
    m(i)=x0;
```

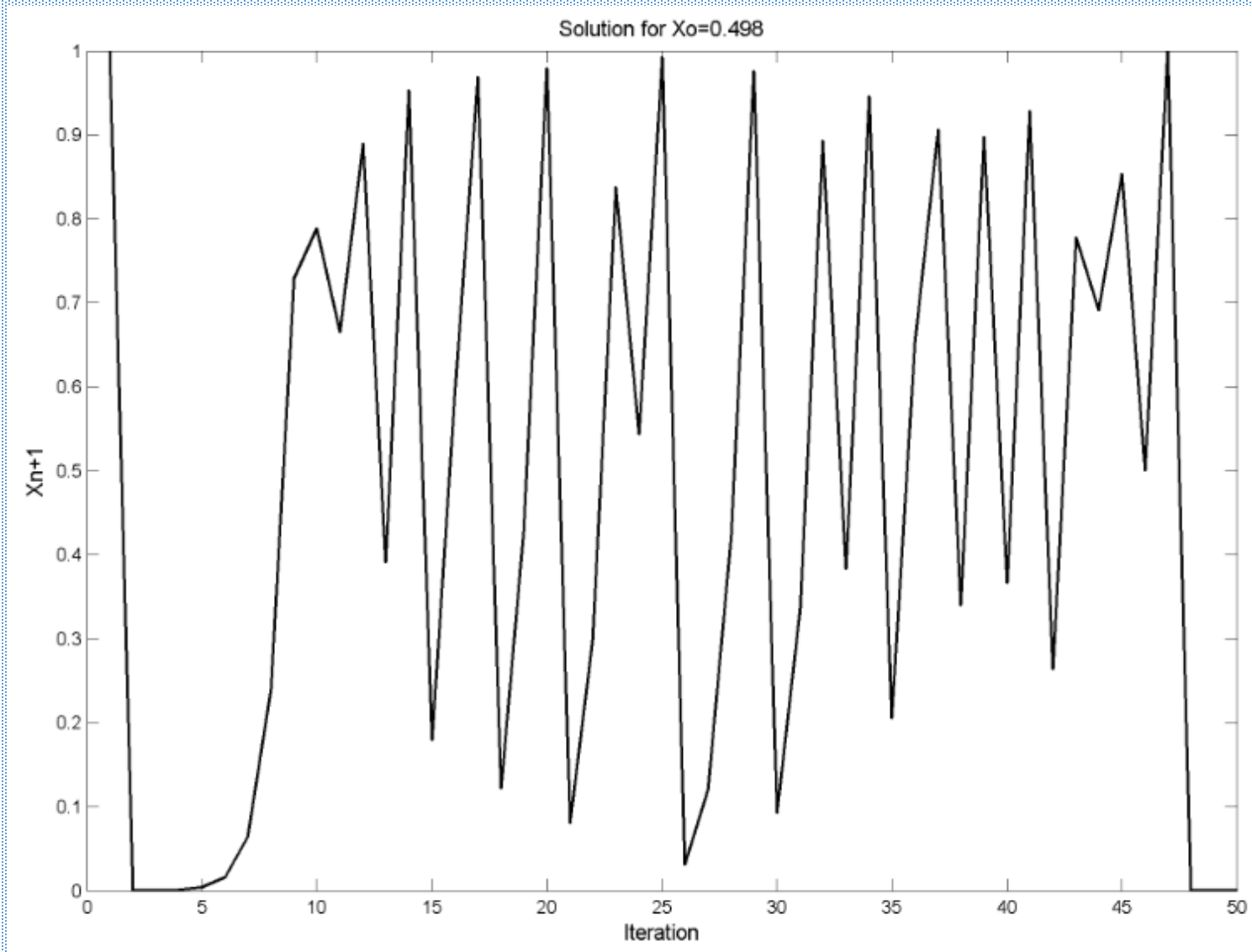
```
    n(i)=i;
```

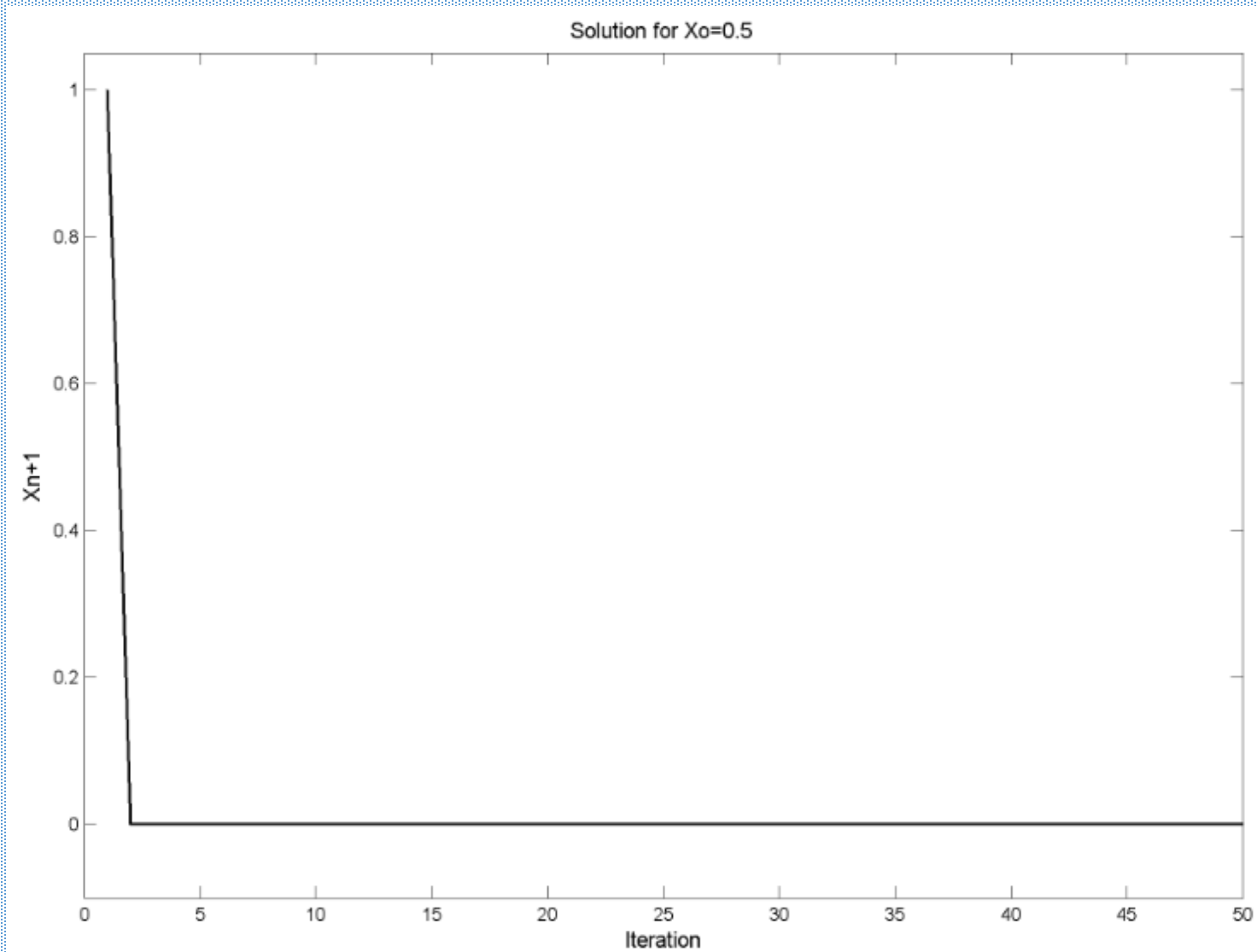
```
end
```

```
table=[n' m]
```

```
plot(n',m)
```

“Doğrudan Yerine Koyma” ile
modeli **YİNELEYELİM...**
İterasyonları sürdürelim...

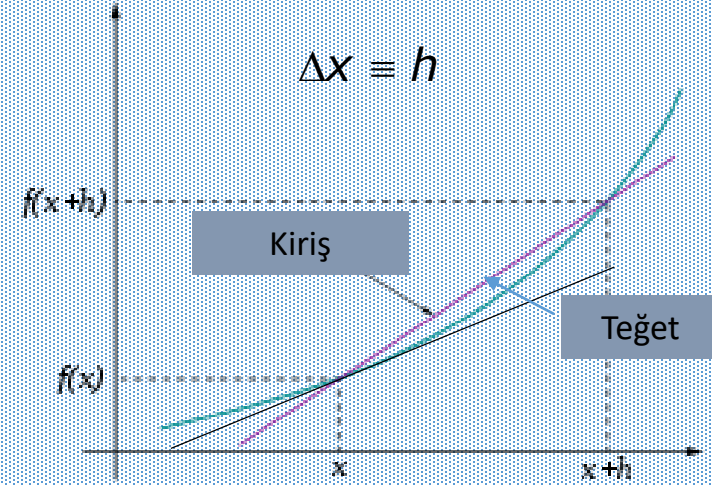




Değişim Hızı

Sonlu Küçük Değişim

Sonsuz Küçük Değişim



$\Delta\phi$: ϕ niceliğindeki sonlu küçük değişim

$d\phi$: ϕ niceliğindeki sonsuz küçük değişim

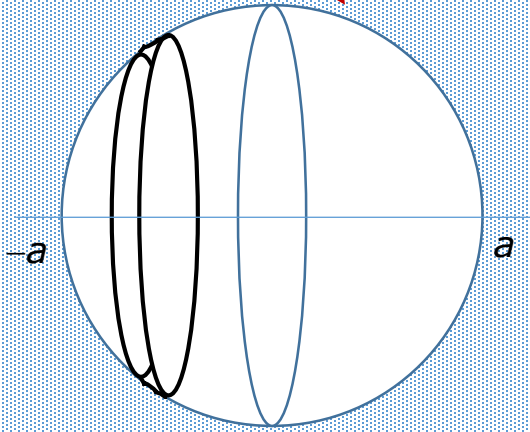
$$\lim_{\Delta \rightarrow 0} \Delta\phi = d\phi$$

$$\frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \leftarrow \text{Kirişin eğimi}$$

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \leftarrow \text{Teğetin eğimi}$$

Yarıçapı a olan bir kürenin hacmi nedir?

Gözlemsel Somut

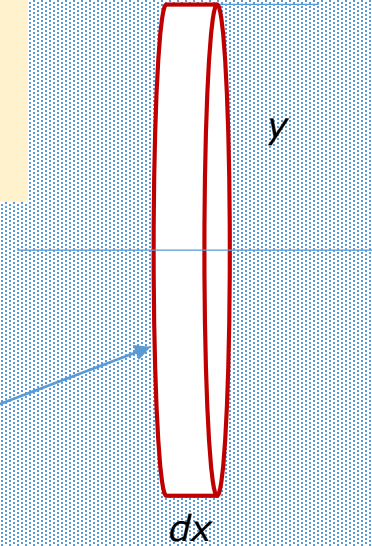


Küreden herhangi bir DİLİM alalım...

SOYUTLAMA

Hacim Elemanı

$$x^2 + y^2 = a^2$$



$-a \leq x \leq a$ arasında "sonsuz" hacim elemanlarının toplamı, kürenin hacmini verir...

$$dV = \pi y^2 dx$$

$$\int_0^V dV = \pi \int_{-a}^a y^2 dx \leftarrow y^2 = a^2 - x^2$$

$$V = \pi \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx = \pi \left[a^2 x - \frac{1}{3} x^3 \right]_{-a}^a$$

$$V = \pi \left[a^2(a - (-a)) - \frac{1}{3}(a^3 - (-a)^3) \right]$$

$$V = \frac{4}{3} \pi a^3$$

← Zihinsel Somut

Matematik
Dili

Bir hastaya damardan antibiyotik verilmektedir. Antibiyotik çözeltisinin derişimi 5 mg/cm^3 değerindedir ve kana $100 \text{ cm}^3/\text{h}$ hacimsal debiyle beslenmektedir. Antibiyotięin absorpsiyonu, kandaki antibiyotik niceliğiyle orantılıdır.

Orantı katsayısı: $k = 0.4 \text{ h}^{-1}$.

Yarım saat sonunda hastanın kanındaki antibiyotik niceliği ne olur?

Sistem: Hastanın kanı

m : **HERHANGİBİR ANDA** kandaki antibiyotik niceliği

Yatışkın olmayan, «*DİNAMİK*», sistem

Benzetim (*simülasyon*) problemi

Temel : Δt sonlu küçük süre içinde kütlenin korunması

Antibiyotik : giren – çıkan – absorbe edilen = biriken

biriken : sistemde Δt süre içindeki kütle değişimi

$$Fx_0\Delta t - (0)\Delta t - km\Delta t = \Delta(m) \rightarrow \frac{Fx_0\Delta t}{\Delta t} - \frac{km\Delta t}{\Delta t} = \frac{\Delta(m)}{\Delta t}$$

$$Fx_0 - km\Delta t = \frac{\Delta(m)}{\Delta t} \rightarrow \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(m)}{\Delta t} = \frac{dm}{dt}$$

$$100(5) - 0.4m = \frac{dm}{dt} \rightarrow \boxed{\frac{dm}{dt} + 0.4m = 500; m(0) = 0}$$

$$\frac{dm}{dt} + 0.4m = 500; \quad m(0) = 0$$

$$\frac{dm}{dt} = 500 - 0.4m \rightarrow \frac{dm}{500 - 0.4m} = dt$$

$$\int_0^m \frac{dm}{500 - 0.4m} = \int_0^{0.5} dt \rightarrow -\frac{1}{0.4} [\ln(500 - 0.4m)]_0^m = [t]_0^{0.5} \rightarrow \ln \frac{500 - 0.4m}{500} = -0.2$$

$$\frac{500 - 0.4m}{500} = e^{-0.2} \rightarrow m = 226.5866 \text{ mg}$$

syms t

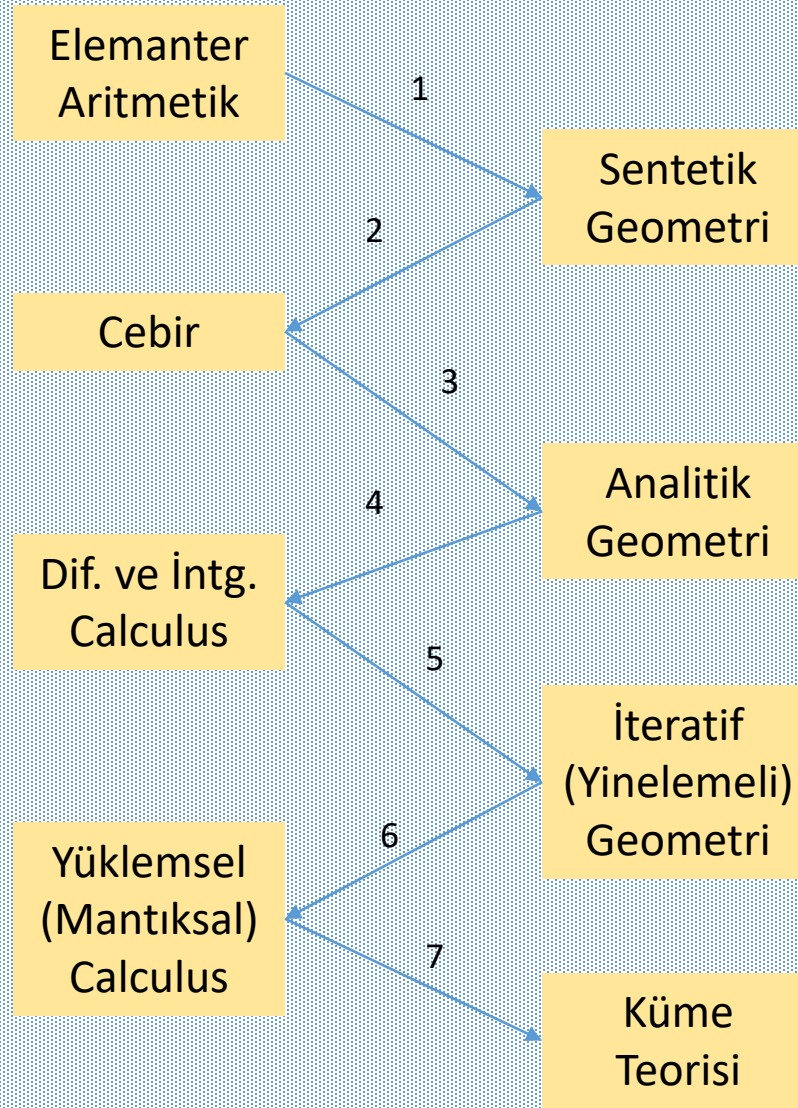
```
m=dsolve('Dm+.4*m=500','m(0)=0','t');  
m=double(subs(m,t,.5))
```

m =

1250 - 1250*exp(-(2*t)/5)

m =

226.5866



SAYGI ve SEVGİLERİMLE

kuryel. beno1972@gmail.com